

L'importance du calcul et de la géométrie à l'école primaire

par Laurent Lafforgue

(Journées « Trans-Maître » des 23 et 24 octobre 2010 :
« Instruire aujourd'hui à l'école primaire »)

La perspective de parler de l'importance du calcul et de la géométrie à l'école primaire, qui m'a été proposée, m'a d'abord laissé un peu perplexe et inquiet.

En effet, se préoccuper de l'importance d'un enseignement signifie que l'on reconnaît que cette importance peut être mise en doute. D'autre part et surtout, quand on parle de l'importance d'une discipline, on n'enseigne et ne pratique pas cette discipline elle-même. C'est un peu de la même façon que parler du sens d'un savoir, comme – entre mille exemples – les quatre opérations de l'arithmétique, se substitue facilement à l'apprentissage de ce savoir lui-même.

Heureusement, la plus grande partie des exposés des deux journées de votre colloque sera consacrée à des apprentissages, contenus et méthodes spécifiques. Ils rachèteront ce que ma propre intervention aura de nécessairement insuffisant.

À la condition de ne pas perdre conscience de son insuffisance, cette intervention que l'on m'a demandée et que je vais faire comporte cependant une justification partielle : c'est qu'il existe bel et bien un doute profond, partagé par beaucoup d'esprits, sur le bien-fondé de l'enseignement du calcul et de la géométrie. La meilleure preuve en est la façon dont cet enseignement a été remis en cause dans les programmes et dans les pratiques.

Ce doute ne concerne pas seulement les mathématiques. Il concerne tous les enseignements disciplinaires, à commencer par les enseignements fondamentaux, et il concerne l'acte même d'enseigner, de prétendre transmettre des connaissances.

Mais ce doute concerne particulièrement les mathématiques dans la mesure où elles inspirent à une grande partie de nos contemporains un ressentiment très fort, proclamé par certains, nié par d'autres chez qui il ne se manifeste pas moins. Les mathématiques ont été cause de souffrances, d'ennui et d'humiliation pour beaucoup d'enfants sur les bancs de l'école, ce dont bien des adultes se souviennent. D'autre part, elles sont perçues par d'importantes familles d'esprits comme la figure la plus évidente, voire la responsable, de l'inhumanité du monde moderne dominé par la technoscience. Il est très frappant de constater que le ressentiment à l'égard des mathématiques existe jusque chez un grand nombre de représentants des sciences modernes de la nature, alors même que certaines au moins de leurs disciplines sont essentiellement mathématiques et que toutes sont mathématiques au moins au sens

qu'elles reposent sur des mesures. C'est ainsi que le ressentiment à l'égard des mathématiques se manifeste plus ou moins ouvertement chez une majorité de membres de l'Académie des sciences.

Je comprends donc que l'on me demande, à moi qui suis mathématicien, de produire des arguments susceptibles de combattre le doute et le ressentiment dont le calcul, la géométrie et les mathématiques font l'objet.

Avant de commencer, il convient que je renouvelle mon avertissement du début sur le caractère nécessairement insuffisant des arguments que je vais donner. Quand bien même ces arguments auraient une force et une solidité extraordinaires, ils seraient, comme tous les arguments intellectuels, impuissants à convaincre vraiment. Il n'y a guère qu'en mathématiques, justement, qu'une démonstration suffise à convaincre. L'esprit humain a soif d'argumentation rationnelle mais il a également soif d'exemple et de témoignage. C'est pourquoi pratiquer les mathématiques plaide pour les mathématiques autant et plus que des arguments. Je signale donc que vous êtes ici accueillis dans un institut consacré à la pratique des mathématiques et de la physique théorique – qui en est indissociable. Dans cet institut ont travaillé et travaillent des personnes pour qui les mathématiques et les sciences mathématiques du monde sont plus qu'un métier, une part essentielle de leur existence et de leur personnalité.

Revenons à la question posée : Pourquoi enseigner le calcul et la géométrie à l'école primaire ? Et, plus généralement, comment décider de ce qui doit être enseigné en priorité à un enfant, dans l'océan de toutes les connaissances acquises ? Pourquoi d'ailleurs enseigner des connaissances, pourquoi transmettre des savoirs ? Pourquoi y consacrer une partie importante et même prédominante des années les plus décisives pour la formation de la personnalité des futurs adultes ? Au nom de quoi imposer des apprentissages aussi spécifiques et circonscrits que celui du calcul et de la géométrie à des enfants devant lesquels s'ouvre la vie, une vie qui est à la fois courte et ouverte aux aspirations infinies des âmes ? Pourquoi consacrer des centaines d'heures – on même une seule – à l'apprentissage des quatre opérations quand on sait qu'une vie humaine ne compte pas plus de quelques centaines de milliers d'heures, et parfois bien moins ? Pourquoi consacrer des centaines d'heures – ou même une seule – à l'apprentissage de la géométrie des droites, cercles, triangles et autres formes élémentaires s'il existe la moindre possibilité que – comme l'affirme la Révélation judéo-chrétienne – l'homme est créé à l'image de Dieu ?

Pour ma part, je ne pense pas qu'il soit possible de déterminer ce qui doit être enseigné dans les années les plus décisives si, au moins implicitement, on n'est pas habité par une vision de ce pour quoi l'homme est fait, de sa nature et du sens de sa présence dans le monde.

Le contenu de tous les enseignements et l'existence même de l'école c'est-à-dire d'une institution vouée à l'instruction, me paraissent reposer non pas sur une pluralité

de telles visions possibles, indifféremment interchangeables, mais sur une unique intuition fondamentale : l'homme est fait pour la vérité, sa nature la plus profonde est qu'il est capable de vérité, le sens de sa présence dans le monde est que le monde tel qu'il existe est pour lui chemin de vérité.

Je voudrais faire tout de suite la remarque que ce que je dis là ne récuse pas le pragmatisme mais seulement sa forme absolue, très répandue en notre temps, qui disqualifie le souci de la vérité au nom des soucis de l'existence quotidienne. Au contraire, la reconnaissance de ce que l'homme est fait pour la vérité donne au pragmatisme sa juste forme et sa juste place : la praxis fait partie du rapport de l'homme à la vérité dans la mesure où elle est une composante essentielle mais non unique du rapport de l'homme au monde, qui est pour lui chemin de vérité. En d'autres termes, le travail et donc aussi les techniques – dont les premiers exemples sont évidemment la technique de l'écriture et celle du calcul – sont pour l'homme des chemins de vérité. De la même façon, la spéculation intellectuelle est une composante essentielle mais non unique du rapport au monde de l'homme, qui est un être rationnel. En fait, le plan de la praxis et le plan spéculatif peuvent et doivent être distingués mais ils ne peuvent pas être séparés. Toute pratique suppose d'être représentée dans notre esprit sous une forme idéale et spéculative, toute spéculation suppose des techniques et requiert leur mise en oeuvre pratique.

Mais, parmi tous les enseignements qu'il est possible de dispenser sur le double plan pratique et spéculatif, pourquoi choisir d'accorder une place, et même une place importante, au calcul et à la géométrie, comme fondements élémentaires des mathématiques ?

La réponse doit se placer à la fois du côté du réel objectif, des choses susceptibles d'être vues et pensées extérieurement, et du réel subjectif, de l'homme intérieur dans son rapport personnel à la vérité.

Les mathématiques sont une dimension essentielle du réel objectif.

À l'appui de cette affirmation, on pense nécessairement aux merveilleux succès des sciences modernes de la nature, c'est-à-dire de la connaissance mathématique du monde physique qui a pris son essor avec Galilée, Descartes, Newton ... Cet argument ne peut être oublié ni récusé, il est si puissant qu'il est presque écrasant et il n'est pas interdit de supputer que son caractère massif et irréfutable est pour quelque chose dans le ressentiment que les mathématiques inspirent à un si grand nombre d'esprits et à d'admirables familles de pensées.

Alors recherchons un argument plus modeste, interdisons-nous d'invoquer les succès spectaculaires des sciences modernes de la nature et des techniques qui les accompagnent, et remontons à la source de ces sciences modernes, au point où elles sont nées en se distinguant des sciences antiques. Les Anciens, fascinés par la régularité des mouvements des astres, avaient déjà perçu qu'il existait un rapport entre les mathématiques et les phénomènes célestes. Ils y avaient vu des signes d'une réalité

supérieure, inaccessible. D'autre part, ils savaient mesurer longueurs, surfaces, volumes et poids, ils savaient aussi reconnaître les formes des objets qui les entouraient et élaborer de nouveaux objets dont les patrons suivaient ces formes élémentaires. Tout ce qui peut et doit constituer aujourd'hui encore le contenu d'un enseignement de calcul et de géométrie à l'école primaire, et même davantage – à l'exception du merveilleux système décimal –, ils le connaissaient et s'en servaient dans la pratique. Ce qui leur a manqué pour fonder ce qui, des siècles plus tard, allait naître comme science moderne, est peut-être de prendre au sérieux la réalité matérielle et charnelle qui les entourait. Ils avaient reconnu partout autour d'eux et en eux la présence des nombres et des formes, mais ce qu'ils trouvaient autour d'eux et en eux n'était pas à leurs yeux aussi réel et digne d'intérêt que les phénomènes célestes inaccessibles, leur situation d'êtres incarnés dans un monde matériel susceptible d'être non seulement vu mais touché ne leur apparaissait pas comme un chemin de plus haute vérité.

La science moderne a été fondée et s'est développée à partir de la conviction que le monde est pour nous chemin de vérité dans ce qu'il a de plus proche, de plus concret, de plus matériel, de plus tangible, de plus charnel. Alors tous les signes que les choses nous donnent à voir avec instance deviennent des indices sur le chemin de très profondes vérités. Ainsi en est-il de ces signes particulièrement évidents que sont la faculté qu'ont les choses de pouvoir être comptées et mesurées et leur inscription dans l'espace comme des formes. C'est à partir de cette remarque et de la conviction que le réel donné est chemin de vérité que s'est construit le gigantesque et merveilleux édifice de la science mathématique du monde.

Il convient d'ajouter au passage que la fidélité à ce principe fondateur de la science moderne ne consiste pas à réduire le monde à des mesures et à le remplacer par sa représentation en termes de mesures et de relations entre ces mesures qui constitue la science moderne. Elle consiste à être toujours plus attentif au monde tel qu'il est. Or ce monde ne se présente pas à nous seulement comme un édifice de formes et de mesures, il éprouve et impressionne à chaque instant notre chair sensible. C'est d'ailleurs pourquoi je considère comme extrêmement important d'enseigner à l'école primaire, parallèlement au calcul et à la géométrie, non pas seulement des leçons de sciences mais aussi et d'abord des leçons de choses. Les leçons de choses ont les mêmes objets que les leçons de sciences mais elles en diffèrent en ce qu'elles s'attachent à voir, décrire, contempler, toucher, nommer les choses telles qu'elles sont, sans leur substituer immédiatement ni totalement leurs représentations en termes de mesures et de formes.

Avec cette réserve, il n'en reste pas moins vrai que les mesures et les formes, donc les nombres et la géométrie, rendent compte d'une dimension essentielle du réel objectif. Comme tout ce qui est, elles nous disent quelque chose de l'absolu.

Tout ce qui est susceptible d'être vu par les yeux se compte, se mesure et se décrit géométriquement, toujours avec les mêmes nombres et à partir des mêmes formes géométriques élémentaires. La possibilité même de la mesure ou du comptage repose sur la répétition à l'infini de structures ou d'espèces semblables, dont l'esprit

humain est apte à reconnaître l'identité, et sur le fait que l'espace ou le temps nous apparaissent comme essentiellement homogènes. Ainsi s'exprime l'unité profonde de tout ce qui est.

Le langage muet des nombres, des formes et des relations entre les choses mesurées qui s'expriment en termes de ces nombres et de ces formes exprime le caractère absolument impersonnel du monde physique tel qu'il nous apparaît. En d'autres termes, il exprime le fait que la nature n'est pas une personne. Une connaissance qui, peut-être, a également manqué aux Grecs. Cette connaissance est difficile et il existe chez l'homme une tentation permanente de la récuser, éternelle résurgence du panthéisme païen. Le ressentiment à l'égard des mathématiques n'est certainement pas que négatif – car les mathématiques ne sont pas le tout du monde – mais il l'est en partie, et il n'est pas interdit d'y voir une forme de refus de l'impersonnalité du monde, donc un refus d'une part de la vérité.

Pour finir, je voudrais évoquer l'autre versant des mathématiques, leur réalité comme dimension essentielle du réel subjectif, de l'homme intérieur dans son rapport à la vérité.

Peut-être convient-il d'abord de faire la remarque suivante qui peut paraître paradoxale : dès leur fondement dans le calcul et les formes géométriques élémentaires, les mathématiques consistent en des actions. Action de compter, action de calculer, travail des opérations de l'arithmétique, déplacement des formes pour en reconnaître l'identité lorsqu'elles se superposent, translation d'une forme identique qui permet la mesure, etc. Cela est très important car le petit d'homme a besoin d'agir, c'est sa nature humaine, mais il a du mal à le faire car l'action est difficile : infiniment plus facile est la destruction, forme très incomplète et insatisfaisante de l'action, que les petits enfants pratiquent spontanément, faute d'avoir acquis la maîtrise indispensable à toute action constructive. L'apprentissage du calcul et de la géométrie fait donc partie – avec celui de l'écriture – des premières et des plus fondamentales actions constructives qu'il est donné à un enfant de réaliser. Le calcul est, une fois maîtrisé, presque entièrement mécanique mais cela même constitue un enseignement car toute action comprend une grande part de mécanique et d'automatisme, comme l'avance mécanique des pieds l'un devant l'autre pour marcher.

Sur un plan tout autre, mais non contradictoire et complémentaire du précédent, les mathématiques sont – à commencer par le calcul et la géométrie – les expériences les plus immédiates de la transcendance de la vérité. Plus qu'aucune autre pratique ou spéculation intellectuelle, les mathématiques font réaliser que l'on ne décide pas de la vérité. On peut trouver ou ne pas trouver le résultat d'une opération mais il est impossible de décider en quoi que ce soit de ce résultat. On peut savoir ou ne pas savoir que tous les points d'un cercle sont à la même distance du centre de ce cercle, mais il est impossible de changer quelque chose à ce fait. C'est ce que beaucoup de personnes perçoivent comme le caractère dogmatique des mathématiques, un terme qui, dans le monde contemporain, vaut stigmatisation. J'ai d'ailleurs eu l'occasion de me rendre compte que, même à l'Académie des sciences, lorsque l'on dénonce le

dogmatisme d'un enseignement qu'il faudrait réformer, dit-on, cela signifie concrètement que l'on voudrait moins de mathématiques. Eh bien, le constat que l'homme est capable de mathématiques, s'ajoutant au fait qu'elles constituent une dimension essentielle du réel objectif, signifie que la vérité, pour laquelle l'homme est fait, comporte une dimension dogmatique. Il est faux que les dogmes soient toujours maléfiques, comme presque tous nos contemporains le répètent à satiété, ils sont maléfiques quand ils sont faux, ils sont bénéfiques quand ils sont vrais. Mais décider que rien n'est vrai est un moyen commode pour éviter la tâche de discerner le vrai du faux et de l'approfondir indéfiniment.

Les mathématiques constituent donc une forme privilégiée, bien qu'incomplète, de rapport à la vérité transcendante et ceci a une conséquence très importante pour les personnes : dans la pratique des mathématiques, même au niveau le plus élémentaire du calcul et de la géométrie, l'enfant fait l'expérience – peut-être très nouvelle pour lui – qu'il n'est pas seulement un être social. Tout travail mathématique, même le plus simple et le plus élémentaire, suppose de faire abstraction au moins pour un instant de tout le monde environnant et de sa propre conscience de soi pour s'absorber dans un calcul, la compréhension d'une figure ou d'un énoncé, etc. Ce qui signifie que, au moins pour un instant, la personne oublie tout son être social pour se mettre en présence d'une vérité particulière. De plus, une fois le résultat du calcul ou du raisonnement obtenu, et même s'il est vrai que la personne redevient alors consciente de son environnement, la validité du résultat qui est désormais couché sur le papier ne dépend pas plus des autres – ni des élèves, ni même du professeur – qu'il ne dépend de soi.

Enfin, et je voudrais terminer là-dessus, les mathématiques apprennent le caractère non arbitraire du langage. En mathématiques, plus que dans n'importe quelle autre discipline intellectuelle, il apparaît avec évidence que l'on ne peut pas écrire n'importe quoi. Les mots accompagnent toute pratique mathématique – et j'insiste pour que l'on entraîne inlassablement les enfants à rédiger, même pour présenter en quelques mots un simple exercice de calcul. Mais les mots doivent être enseignés puis employés avec une attention extrême. Les solutions des petits problèmes doivent prendre la forme de courtes rédactions très soignées où rien n'est laissé au hasard, tout concourant à la clarté de la narration. Car, les mathématiques étant une forme d'action, la solution d'un problème est à la fois réalisation de cette action et récit de l'action réalisée.

Ne cachons pas que, pour les personnes chez qui la pratique mathématique a fini par devenir une seconde nature, l'attention extrême portée au sens des mots est souvent cause de solitude : on perçoit avec une grande acuité ce qui manque à tels textes ou à telles paroles dans leur orientation vers la vérité, on ne peut s'empêcher de l'exprimer, et cela est source d'incompréhensions réciproques dont on finit par comprendre qu'elles sont irréductibles. Ce type d'insatisfaction que manifestent au sein de la grande famille humaine les esprits rompus aux mathématiques, ne doit pourtant pas disparaître. Il signifie, à sa façon très imparfaite, que rien n'est au-dessus de la vérité.